

# 1. BEVEZETÉS

## GÉPI INTELLIGENCIA I.

---

**Fodor János**

BMF NIK IMRI

NIMGI1MIEM

# TARTALOMJEGYZÉK I

## 1 TUDNIVALÓK

- A tantárgy és előadója
- Rövid tematika
- Irodalom
- Követelmények
- Ütemezés

## 2 BEVEZETÉS

- Intelligencia
- Mesterséges intelligencia
- Számítási intelligencia

## 3 FUZZY RENDSZEREK

- Bizonytalanság
- Fuzzy
- Komplex rendszerek
- Kereskedelmi alkalmazások

## 4 KÉTÉRTÉKŰ LOGIKA, KLASSZIKUS HALMAZOK

# TARTALOMJEGYZÉK II

- Klasszikus halmazok

## 5 FUZZY HALMAZOK

- A tantárgy neve: **Gépi intelligencia I.**
- A tantárgy kódja: **NIMGI1MIEM**
- Óraszám: **22 óra** (előadás)
- A tantárgy előadója: **Dr. Fodor János egyetemi tanár**
  - BMF NIK Intelligens Mérnöki Rendszerek Intézete
  - E-mail: **fodor@bmf.hu**
- A tantárgy oktatásának célja: korszerű, egységes keretbe illesztett, szisztematikus bevezetés a **számítási intelligenciába** (computational intelligence).
- Főbb témák:
  - **FUZZY HALMAZOK ÉS LOGIKA** (GI 1),
  - **NEURÁLIS HÁLÓZATOK** (GI 2),
  - **GENETIKUS ALGORITMUSOK** (GI 2).

# RÖVID TEMATIKA

**BEVEZETÉS** A gépi intelligencia Zadeh-féle megközelítése: mesterséges intelligencia (artificial intelligence) és számítási intelligencia (computational intelligence). A gépi intelligencia alapfogalmai és története.

**FUZZY HALMAZOK ÉS LOGIKA** A fuzzy logika alapjai. Fuzzy halmazok és relációk. Fuzzy aritmetika. Fuzzy logika. Fuzzy szabályalapú rendszerek. Fuzzy nemlineáris szimuláció. Fuzzy preferenciák és döntések. Fuzzy klasszifikáció.

**NEURÁLIS HÁLÓZATOK** Neurális hálózatok. Stabilitás. Tanulás. Tanuló hálózatok. Alkalmazások. A hálózatok megvalósítása.

**GENETIKUS ALGORITMUSOK** A genetikus algoritmusok alapjai. Fejlett genetikus algoritmusok. Genetikus algoritmusok implementációja és alkalmazásai.

**SOFT COMPUTING** Lágy számítási módszerek. Hibrid rendszerek.

# IRODALOM

- Fodor J. : Gépi intelligencia I, 2009/2010 I. félév; az előadás diái (PDF)
- Kóczy T.L., Tikk D.: Fuzzy rendszerek, Typotex, Budapest, 1994.
- T.J. Ross: Fuzzy Logic with Engineering Applications, McGraw Hill, New York, 1995.
- Egyéb segédletek: Internetes elérhetőségű tananyagok, óránként, témakörönként ajánlva

- A félév során egy ZH (november 5), max. 50 pont szerezhető.
- A félév végi aláíráshoz ebből legalább 25 pontot meg kell szerezni.
- Pótlásra, javításra a vizsgaidőszak első 10 napjában egy alkalommal, előre meghatározott időpontban van lehetőség.
- A vizsgaidőszakban: írásbeli vizsga, max. 50 pont szerezhető.
- Ha az írásbeli vizsgán elért pontszám 25-nél kevesebb: elégtelen (1) érdemjegy.
- Legalább 25 pont elérése esetén az összpontszám (ZH + V) alapján az érdemjegy:

Pontszám	Érdemjegy
86 – 100	jeles (5)
74 – 85	jó (4)
62 – 73	közepes (3)
50 – 61	elégséges (2)
0 – 49	elégtelen (1)

DÁTUM	TÉMAKÖR
szeptember 10	Bevezetés. A fuzzy logika alapjai.
szeptember 17	Nincs előadás!
szeptember 24	Nincs előadás!
október 1	Alapvető fogalmak. Standard műveletek.
október 8	Általános műveletek fuzzy halmazokon.
október 15	Fuzzy számok. Aritmetikai műveletek.
október 22	Fuzzy relációk.
október 29	Speciális fuzzy relációk. A kiterjesztési elv.
NOVEMBER 5	ZÁRTHELYI DOLGOZAT!
november 12	Rektori szünet!
november 19	Fuzzy irányítási rendszerek.
november 26	A Mamdani-féle módszer és alternatívái (Sugeno, TSK).
december 3	Fuzzy osztályozás és klaszterezés.
december 10	Összefoglalás, áttekintés.



# Bevezetés

- A mérnöki problémák egyik része vagy analitikusan, vagy numerikus algoritmusok alkalmazásával megoldható.
  - A megoldás során szükség lehet nagy teljesítményű számítógépre, de nincs szükség intelligenciára (csak egy billentyű leütésére, majd várni az eredményre).
- A mérnöki problémák másik része esetleg könnyen megfogalmazható, de
  - a megoldásukra szolgáló algoritmusok számítási igénye „majdnem végtelen”;
  - sőt, esetleg egyáltalán nem létezik ezeket megoldó algoritmus.
- Ha nincs hatékony algoritmus, a megoldáshoz **intelligenciára** van szükség.

# NÉHÁNY PÉLDA

- Felismerés, azonosítás
  - Jelek, fonémák, illatok
  - Gépi látás (arcfelismerés, tárgyak felismerése)
  - Kézírás felismerése
- A természetes nyelv mondatainak jelentése (lekérdezések)
- Orvosi diagnosztika, képek és jelek értelmezése
- Komplex játékok (go, stratégiai)

## E PROBLÉMÁK ÁLTALÁNOS JELLEMZŐI

- nehezek (az ember számára is!)
- nem rendelkeznek minden részletében tisztázott fix megoldó mechanizmussal
- emberi szakértelem, **intelligencia**, intuíció, gyakorlati tapasztalat szükséges – heurisztikus ismeretek
- megelégszünk „elég kedvező” megoldással
- ma általában az ember a jobb.

Mi az emberi intelligencia?

# Intelligencia

- Az intelligencia fogalma alatt általában az érvelés, tervezés, problémamegoldás, absztrakt gondolkodás, tanulás, valamint a gondolatok és nyelvek megértésének képességét értjük.  
(Wikipédia, <http://hu.wikipedia.org/wiki/Intelligencia>)
- Számomra az emberi intellektuális kompetenciának tartalmaznia kell a **problémamegoldás** képességeit, amelyek segítik az egyént, hogy leküzdjön valódi problémákat és nehézségeket, amelyekkel szembesül és amikor szükséges, hatékony termékkel álljon elő – és tartalmaznia kell a **probléma megtalálásának**, illetve **megteremtésének** képességét és ezen keresztül megalapozva az **új tudás** megszerzését.  
(Howard Gardner)

# Mesterséges intelligencia

- A gépi intelligencia emulálja, vagy lemásolja az emberi ingerfeldolgozást (érzéketfeldolgozást) és a döntéshozó képességet számítógépekkel. Az intelligens rendszereknek **autonóm tanulási képességekkel** kell bírniuk és alkalmazkodniuk kell tudni **bizonytalan, vagy részlegesen ismert** környezetekhez.  
(Cihan H. Dagli)
- A mesterséges intelligencia kutatásának célja az, hogy a számítógépeket alkalmassá tegyük az emberi intelligenciával megoldható feladatok ellátására.  
(Yoshiaki Shirai és Jun-ichi Tsujii)



- A mesterséges intelligencia a számítástudomány azon részterülete, amely intelligens számítógépes rendszerek kifejlesztésével foglalkozik. Ezek pedig olyan hardver/szoftver rendszerek, amelyek képesek 'emberi módon' bonyolult problémákat megoldani: az emberi gondolkodásmódra jellemző következtetések révén bonyolult problémákra adnak megoldást, a problémamegoldást teljesen önállóan végzik, vagy közben kommunikálnak környezetükkel, tapasztalataikból tanulnak, stb.  
(Sántáné Tóth Edit)
- Az olyan funkciót teljesítő gépi rendszerek létrehozásának a művészete, amikhez intelligencia szükséges, ha azt emberek teszik.  
(Kurzweil, 1990)
- Annak tanulmányozása, hogy hogyan lehet számítógéppel olyan dolgokat művelni, amiben pillanatnyilag az emberek jobbak.  
(Rich and Knight, 1991)

# AZ MI A 60-AS ÉVEKBEN

- **1956:** Dartmouth College-i konferencia, megszületik a név
- **Célok:**
  - az emberi gondolkodás számítógép segítségével történő reprodukálása
  - általános célú, általános technikákat alkalmazó rendszerek készítése (pl. világbajnok sakkprogram, univerzális gépi fordítás)
- LISP – az MI első programnyelve
- eredmények kétszemélyes játékokban (dáma, sakk)
- Szembesülés a valósággal:
  - kombinatorikus robbanás: nem elég gyorsabb hardver, nagyobb memória
  - nyelvi fordítók: nem elég elektronikus szótárra alapozott szóbehelyettesítés és nyelvtanra alapozó egyszerű szintaktikai transzformációk alkalmazása; a kontextus kulcskérdés

# AZ MI A 70-ES ÉVEKBEN

- Cél: szűkített feladatosztályok megoldására speciális technikák kifejlesztése
- logika alapú programnyelvek – Prolog, Planner
- heurisztikus keresési technikák
- tudásábrázolási módszerek
  - szabályalapú, keretalapú tudásábrázolás
  - adatbázis, objektum-orientált programozás
- kognitív modellek
- MYCIN – orvosi diagnosztikai (szakértő) rendszer

# AZ MI A 80-AS ÉVEKBEN

- Célok:
  - konkrét feladatok megoldása – piaci viszonyok közt – mesterjelölt szinten
  - 5. generációs számítógép (Prolog nyelv gépi kódként)
- tudásalapú szakértő rendszerek (külön tudásbázis + következtető mechanizmusok, tanácsadás, indoklás)
- shell-ek, módszertanok
- nem klasszikus logikák, bizonytalanság kezelése

# AZ MI A 90-ES ÉVEKTŐL

- Újra felfedezett ötletek – jobb hardverrel és növekvő matematikai háttérrel
- elosztott tudás reprezentálása (mesterséges neuron háló, genetikus algoritmus, ágens szemlélet)
- döntéelmélet és valószínűségi következtetés (valószínűségi hálók)
- beszédfelismerés (rejtett Markov modellek)
- úrkutatás, Deep Blue
- nyelvi fordítók
- robotika (gépi látás, gépi tanulás)

## A HAGYOMÁNYOS MI JELLEMZŐI

- A hangsúly a szimbolikus reprezentációkon és módszereken van.
- Szigorú logikai kalkulus alapú.
- „Top-down” megközelítés (először a probléma struktúráját vizsgálja, az intelligens rendszer e struktúrára épül).
- Bizonytalanság, pontatlanság korlátozott kezelése.

Bár a mesterséges intelligencia fogalma önmagában elegendő lenne arra, hogy magába foglaljon a fentiekől eltérő jellemzőket is, a hagyományos MI művelői élesen megkülönböztetik magukat a többiektől, éppen a felsorolt jellemzők által.

Ezért van szükség a **számítási intelligencia** fogalmára.

# Számítási intelligencia

A **számítási intelligencia** (computational intelligence) olyan problémákkal foglalkozik, amelyek megoldására nincs hatékony algoritmus — vagy azért, mert nem lehet ilyet megfogalmazni, vagy azért, mert a megoldásukra szolgáló létező algoritmusok nem hatékonyak.

- A valódi alkalmazások komplexek. A komplexitás egyik fő oka a **bizonytalanság**; ez a rendelkezésre álló információ mennyiségétől és minőségétől függ.
- Valós rendszerek teljes leírásához gyakran több adat kell, mint amit egy ember szimultán felfoghat. De akkor hogyan tudnak az emberek valós rendszerekről gondolkodni, következtetéseket levonni?
- A közelítő következtetés (approximate reasoning) segítségével.
- Ennek precíz, matematikailag korrekt leírására és kezelésére szolgál a **fuzzy logika**.



# Fuzzy rendszerek

# Bizonytalanság

# BIZONYTALAN

(MAGYAR ÉRTELMEZŐ KÉZISZÓTÁR)

- Kétségbe vonható, nem bizonyos.
- Nem elég szilárd helyzetű, ingatag.
- Tétova, nem eléggé határozott.
- Nem eléggé ismert.
- Elmosódó, alig felismerhető.
- Nem biztonságos.
- Még meg nem határozott.

## SZINONÍMÁK:

- elmosódott,
- homályos,
- ingadozó,
- változó,
- határozatlan,
- kockázatos,
- pontatlan,
- változékony,
- véletlen,
- nehezen meghatározható,
- nem pontos,
- nem szabatos.

- Nem minden kapcsolódik a véletlen (és így a valószínűség) fogalmához, ami bizonytalan!!
- Figyelembe veendő tényezők:
  - a bizonytalanság okai;
  - a rendelkezésre álló információ típusa;
  - ennek feldolgozására alkalmas eljárás.
- A bizonytalanság okai:
  - hiányzó információ;
  - túl sok információ;
  - egymásnak ellentmondó információ;
  - pontatlan információ;
  - kétértelműség, félreérthetőség.
- A rendelkezésre álló információ típusai:
  - numerikus (szám + skála);
  - intervallum (alsó-felső korlát);
  - nyelvi (szavak);
  - szimbolikus (kép, szín).

- A bizonytalanság modellezése függ a kontextustól.
- A vizsgált jelenségnek, a bizonytalanságot kezelő módszernek konzisztensnek kell lennie a rendelkezésre álló információ mennyiségével és minőségével.
- **Nincs egyetlen olyan módszer sem, amelyik egyformán jól tudná kezelni a bizonytalanság minden típusát.**
- A **fuzzy logika** (a fuzzy halmazok elmélete) a
  - kétértelműségből (**ambiguity**),
  - pontatlanságból (**imprecision**), illetve az
  - információhiánybólfakadó bizonytalanság kezelésére alkalmas matematikai eszköz.

# Fuzzy

# FUZZY

- bolyhos,
- homályos,
- életlen,
- elmosódott, lágy körvonalú, életlen vonalú
- spicces, becsípett
- A tudományos és műszaki életben: olyan objektum, amelynek nincsenek éles határai, bizonytalan, pontatlan, nem egyértelmű.

## Példa: életkor



- 1965: Zadeh nagyhatású cikke a fuzzy halmazokról
- az elmélet gyors ütemben fejlődik
- 70-es évek közepétől Japánban szabadalmak, gyakorlati megvalósítások tömege
- Egyértelmű siker két esetben:
  - nagyon összetett modellek esetén, amikor megértésük erősen korlátozott vagy szubjektív megítélés kérdése;
  - olyan folyamatok esetén, amelyekben az emberi következtetés, érzékelés (felfogás), vagy döntéshozatal kibogozhatatlanul van jelen.



# Komplex rendszerek

- Komplex rendszerekben a felmerülő költségek arányosak a pontossággal.
- Fuzzy logika alkalmazása: kihasználjuk annak előnyeit, hogy toleránsak vagyunk a pontatlansággal szemben.
- Utazó ügynök problémája: adott városok meglátogatása olyan sorrendben, hogy a megtett távolság minimális legyen.
- Ha kevés városról van szó, akkor a feladat triviálisan megoldható: minden lehetőséget sorra veszünk, majd kiválasztjuk azt, amelyik a legrövidebb távolságot adja.
- A városok számának növekedésével az összes lehetséges útvonal száma robbanásszerűen nő. Például 100 város esetén ez a szám  $100!$ , ami nagyságrendileg  $10^{200}$ . Ma nem létezik olyan számítógép, amelyik az összes lehetőséget sorra véve meg tudná oldani a problémát.

- Ezzel analóg gyakorlati problémák gyakran fellépnek. Pl.: nyomtatott áramkörök gyártásakor százezernyi nagy pontosságot igénylő lyukat fúrnak lézerfúró segítségével (a lap mozog a fúró alatt). Milyen sorrendben kell a lyukakat fúrni, hogy a teljes fúrási idő minimális legyen?
- Tekintsünk egy 100000 „városból” álló hálózatot, amelyben az utazó ügynök problémáját közelítőleg szeretnénk megoldani: az egzakt megoldástól legfeljebb 1%-kal térhetünk el. A közelítő megoldás megtalálásához egy szuperkomputer két napi munkájára lenne szükség.
- Ugyanez a probléma, de a pontosság 0.75%: a számítási idő közel 7 hónap.
- Ha megelégszünk a 3.5% pontossággal, akkor egy 1000000 városból álló hálózat megoldásához is csak kicsit több, mint 3 órára lenne szükség.
- Elfogadható-e egy ilyen kevésbé pontos megoldás, a jelentős költségcsökkenés mellett? Az esetek döntő többségében igen.

# Kereskedelmi alkalmazások

- Fisher, Sanyo: kamera. Fuzzy fókuszlás, képstabilizálás.
- Mitsubishi: fuzzy légkondicionáló.
- Matsushita: fuzzy mosógép. Szín, anyag- és szennyezettség felismerés. Fuzzy mikroprocesszor választja ki a legmegfelelőbb víz hőmérséklet, mosószer mennyiség, mosási idő, és forgási sebesség kombinációt 600 lehetséges közül.
- Sendai (Japán): 16 állomásból álló városi metró - fuzzy szabályozás. Az utasoknak a szerelvény megállásakor sem kell kapaszkodniuk. 70%-kal kevesebb felesleges gyorsítást és lassítást végez, mint az emberi vezetők.
- Nissan: fuzzy automatikus erőátvitel, fuzzy csúszásmentes fékrendszer.
- Tokiói tőzsde: fuzzy portfólió. Eredményesebb volt, mint a Nikkei átlaga.
- Japánban: fuzzy golf diagnózis rendszer, fuzzy kenyérpíró, rizsfőző, porszívó, stb.
- NASA: fuzzy logika dokkolás szabályozására az űrben.

# Kétértékű logika, klasszikus halmazok

# KLASSZIKUS (KÉTÉRTÉKŰ) LOGIKA

- Az igazságértékek halmaza két elemű:  $\{0, 1\}$ .
- Két bináris alapművelet:  $\wedge, \vee$ .
- Egy unáris alapművelet:  $\neg$ .
- A többi logikai művelet (például implikáció  $\rightarrow$ , logikai ekvivalencia  $\leftrightarrow$ , stb) megkonstruálható az  $\wedge, \vee, \neg$  alapműveletekből.

- Egy állítás vagy igaz, vagy hamis.
- Egy állítás lehet egy logikai változó  $p_1, p_2, \dots$ , vagy egy  $(p \wedge q)$ ,  $(p \vee q)$ , vagy  $\neg p$  típusú összetett kifejezés, ahol  $p$  és  $q$  logikai változók.
- Egy állítás igazságértékét az őt alkotó logikai változók igazságértékein keresztül értékeljük ki „belülről kifelé” haladva, a logikai műveletek alkalmazásával.



## A LOGIKAI ALAPMŰVELETEK IGAZSÁGTÁBLÁZATAI

$p$	$q$	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$p$	$q$	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$p$	$\neg p$
0	1
1	0

# A LOGIKAI MŰVELETEK TULAJDONSÁGAI

Bármely  $p$ ,  $q$ , és  $r$  esetén az alábbi tulajdonságok érvényesek:

- 1  $p \wedge q = q \wedge p$ ,  $p \vee q = q \vee p$  (kommutativitás)
- 2  $p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$ ,  $p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$  (asszociativitás)
- 3  $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ ,  $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$  (disztributivitás)
- 4  $p \wedge 1 = p$ ,  $p \vee 0 = p$  (létezik egységelem)
- 5  $p \wedge 0 = 0$ ,  $p \vee 1 = 1$  (elnyelési tulajdonság)
- 6  $p \wedge p = p$ ,  $p \vee p = p$  (idempotencia)
- 7  $\neg(\neg p) = p$  (involúció)
- 8  $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$ ,  $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$  (De Morgan azonosságok)
- 9  $p \wedge \neg p = 0$ , (a harmadik kizárásának elve)
- 10  $p \vee \neg p = 1$ . (az ellentmondás elve)

# KLASSZIKUS HALMAZOK

- $X$  klasszikus halmaz (crisp set): minden dologról egyértelműen el kell tudni dönteni, hogy hozzá tartozik-e vagy sem. A halmazhoz tartozás és nemtartozás között hirtelen, ugrásszerű az átmenet: pl.  $25 \in [25, 40]$ , de  $24.9999999 \notin [25, 40]$ .
- $x \in X$ ,  $x \notin X$ ,  $A \subseteq X$ ,  $A = B$ , üres halmaz  $\emptyset$ ,  $X$  hatványhalmaza  $\mathcal{P}(X)$ .
- Műveletek klasszikus halmazokon:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $\bar{A}$ ,  $A \setminus B$ .
- Műveletek tulajdonságai: kommutativitás ( $A \cup B = B \cup A$ ); asszociativitás ( $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ ); disztributivitás ( $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ); idempotencia ( $A \cup A = A$ ); egységelem létezése ( $A \cup \emptyset = A$ ,  $A \cap X = A$ ); involúció ( $\overline{\bar{A}} = A$ ); a harmadik kizárásának elve ( $A \cup \bar{A} = X$ ); az ellentmondás elve ( $A \cap \bar{A} = \emptyset$ ); De Morgan szabály ( $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ ).

# KAPCSOLAT A LOGIKÁVAL

- $A \cap B = \{x \in X \mid x \in A \wedge x \in B\}$ .
- $A \cup B = \{x \in X \mid x \in A \vee x \in B\}$ .
- $\bar{A} = \{x \in X \mid x \notin A\} = \{x \in X \mid \neg(x \in A)\}$ .
- $A \subseteq B$  akkor és csak akkor, ha  $(x \in A) \rightarrow (x \in B)$  minden  $x \in X$  esetén.

# A HALMAZMŰVELETEK TULAJDONSÁGAI

Egy  $X$  alaphalmaz bármely  $A, B, C$  részhalmazára érvényesek az alábbiak:

- 1  $A \cap B = B \cap A$ ,  $A \cup B = B \cup A$  (kommutativitás)
- 2  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ ,  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$  (asszociativitás)
- 3  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ,  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  (disztributivitás)
- 4  $A \cap X = A$ ,  $A \cup \emptyset = A$  (létezik egységelem)
- 5  $A \cap \emptyset = \emptyset$ ,  $A \cup X = X$  (elnyelési tulajdonság)
- 6  $A \cap A = A$ ,  $A \cup A = A$  (idempotencia)
- 7  $\overline{\overline{A}} = A$  (involúció)
- 8  $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$ ,  $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$  (De Morgan szabályok)
- 9  $A \cap \overline{A} = \emptyset$ , (ellentmondás)
- 10  $A \cup \overline{A} = X$  (a harmadik kizárása)

# KARAKTERISZTIKUS FÜGGVÉNY

Egy adott  $X$  halmaz bármely  $A$  részhalmazát egyértelműen azonosíthatjuk egy  $X \rightarrow \{0, 1\}$  függvénnyel, az  $A$  karakterisztikus függvényével:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x \in A \\ 0, & \text{ha } x \notin A \end{cases}.$$

A halmazműveletek leírhatók a karakterisztikus függvényeken végzett logikai műveletekkel:

$$\begin{aligned}\chi_{A \cap B}(x) &= \chi_A(x) \wedge \chi_B(x) &= \min(\chi_A(x), \chi_B(x)), \\ \chi_{A \cup B}(x) &= \chi_A(x) \vee \chi_B(x) &= \max(\chi_A(x), \chi_B(x)), \\ \chi_{\overline{A}}(x) &= \neg \chi_A(x) &= 1 - \chi_A(x).\end{aligned}$$

Továbbá  $A \subseteq B$  pontosan akkor, ha  $(\chi_A(x) \rightarrow \chi_B(x)) = 1$  teljesül minden  $x \in X$  esetén.

## ALTERNATÍV MŰVELETEK

Le tudjuk-e írni a halmazműveleteket a karakterisztikus függvényeken végzett más műveletekkel is? Például:

$$\chi_{A \cap B}(x) = \chi_A(x) \cdot \chi_B(x),$$

$$\chi_{A \cup B}(x) = \chi_A(x) + \chi_B(x) - \chi_A(x) \cdot \chi_B(x),$$

$$\chi_{\bar{A}}(x) = \sqrt{1 - [\chi_A(x)]^2}.$$

vagy

$$\chi_{A \cap B}(x) = \max(\chi_A(x) + \chi_B(x) - 1, 0),$$

$$\chi_{A \cup B}(x) = \min(\chi_A(x) + \chi_B(x), 1),$$

$$\chi_{\bar{A}}(x) = [1 - \sqrt{\chi_A(x)}]^2.$$

# Fuzzy halmazok



## TAGSÁGI FÜGGVÉNY, FUZZY HALMAZ

Fuzzy halmazok esetén a hozzá tartozás és nemtartozás között fokozatos az átmenet. Ezt a tagsági függvény segítségével tudjuk leírni. A tagsági függvény a karakterisztikus függvény általánosítása arra az esetre, amikor a lehetséges értékek  $\{0, 1\}$  halmazát kiterjesztjük a zárt egységintervallumra, vagyis  $[0, 1]$ -re.

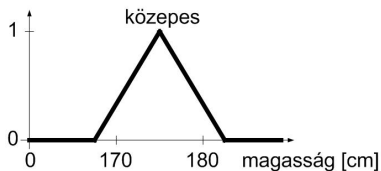
### DEFINÍCIÓ

Legyen  $X \neq \emptyset$  adott halmaz. Az  $X$  egy  $A$  **fuzzy részhalmazát** annak  $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$  **tagsági függvényével** jellemezzük. Valamely  $x \in X$  esetén a  $\mu_A(x)$  szám azt fejezi ki, hogy  $x$  milyen mértékig tartozik hozzá az  $A$  fuzzy halmazhoz.

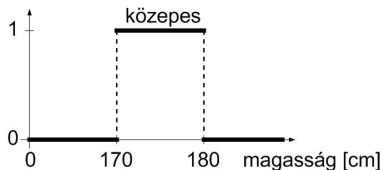
Azt is mondjuk, hogy  $A$  fuzzy halmaz  $X$ -en, vagy egyszerűen csak azt, hogy  $A$  fuzzy halmaz.

## PÉLDA

Tekintsük a közepes magasságú emberek összességét. Ez klasszikus értelemben nem halmaz, azonban fuzzy halmaz. Tagsági függvénye:



Ha nagyon akarjuk, erőltetett módon lehet crisp halmazként is értelmezni:



# JELÖLÉSEK

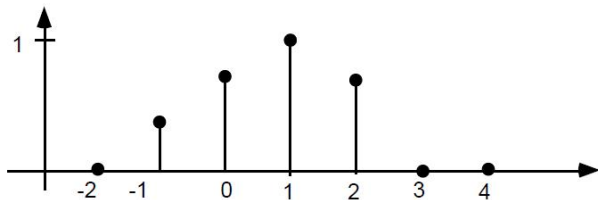
- Egy  $X$  alaphalmaz fuzzy részhalmazainak összességét  $\mathcal{F}(X)$  jelöli.
- Az egyszerűség kedvéért egy  $A$  fuzzy halmazt és annak tagsági függvényét is ugyanazzal az  $A$  szimbólummal jelöljük.
- Ha  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  véges halmaz és  $A$  egy fuzzy halmaz  $X$ -en, akkor az alábbi jelölés elterjedt az irodalomban:

$$A = \mu_1/x_1 + \dots + \mu_n/x_n,$$

ahol a  $\mu_i/x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  szimbólum azt fejezi ki, hogy  $\mu_i$  az  $x_i$  tagsági értéke  $A$ -ban; a plusz jel pedig az uniót jelenti (lásd még: valószínűség-számítás, események összege).

## PÉLDA

DISZKRÉT FUZZY HALMAZ A: „x KÖZEL VAN 1-HEZ”

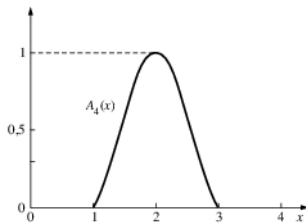
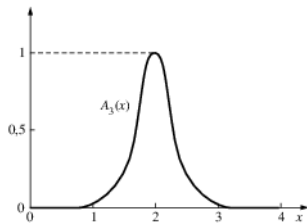
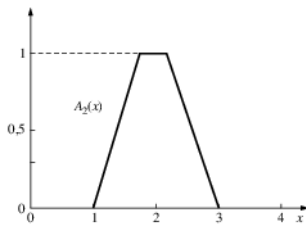
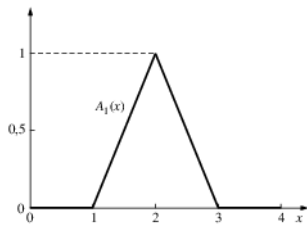


$$X = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\},$$

$$A = 0/(-2) + 0.3/(-1) + 0.8/0 + 1/1 + 0.8/2 + 0.3/3 + 0/4.$$

## PÉLDA

VALÓS FUZZY HALMAZ A: „x KÖRÜLBELÜL 2”



## PÉLDA

## OLCSÓ AUTÓ

Egy USA-ban élő barátunk olcsó autót szeretne venni. Az *olcsó* fuzzy halmazként reprezentálható az autók árait tartalmazó halmazon, például az alábbi tagsági függvénynek megfelelően:

